

Tentamen Talen en Automaten, 23 augustus 2011

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek tentamen. Met uitzondering van opgave 7 mag je stellingen uit het diktaat gebruiken als je aantoont dat ze toepasbaar zijn.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Formuleer kort en zakelijk, scherp en zorgvuldig, met steekhoudende argumenten voor je beweringen. Werk netjes. Schrijf duidelijk leesbaar.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien op kamer BB 374. Maak zo nodig eerst een afspraak door een e-mail naar w.h.hesselink@rug.nl.

Opgave 1 (10 %). Beschouw een taal L over het alfabet Σ . Vul voor de puntjes (...) één van de volgende types automaten in:

A: een DFA.

B: een Turingmachine die altijd eindigt.

C: een lineair begrensde automaat.

D: een nondeterministische eindige automaat met ε -overgangen.

E: een stapelautomaat.

F: een Turingmachine.

(a) L is recursief $\equiv L$ wordt geaccepteerd door ...

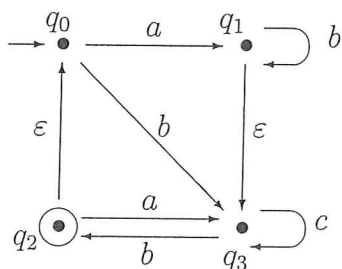
(b) L is contextvrij $\equiv L$ wordt geaccepteerd door ...

(c) L is regulier $\equiv L$ wordt geaccepteerd door ...

(d) L is recursief opsombaar $\equiv L$ wordt geaccepteerd door ...

(e) L is contextgevoelig $\equiv L$ wordt geaccepteerd door ...

Opgave 2 (12 %). Beschouw over het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ de volgende nondeterministische eindige automaat met ε -overgangen:



Construeer volgens het standaardalgoritme een reguliere expressie voor de taal van deze automaat.

Z.O.Z.

Opgave 3 (16 %). (a) Formuleer het Pomplemma voor *reguliere* talen.

De taal L_3 over het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ wordt gegeven door de grammatica:

$$S \rightarrow \varepsilon \mid aSa \mid bSa .$$

(b) Bepaal de taal L_3 in verzamelingsnotatie.

(c) Bewijs dat de taal L_3 niet regulier is.

Opgave 4 (10 %). Beschouw nogmaals de taal L_3 uit de vorige opgave. Construeer een enkelvoudige stapelautomaat die de taal L_3 accepteert. Het is voldoende het toestandsdiagram te geven en duidelijk te maken waarom deze stapelautomaat de taal L_3 accepteert.

Opgave 5 (10 %). (a) Laat $G = (V, \Sigma, P, S)$ een contextvrije grammatica zijn. Wanneer heten symbolen uit $V \cup \Sigma$ nutteloos, voortbrengend of voortgebracht? Geef de drie definities.

(b) Gegeven is de grammatica G over $\Sigma = \{a, b, c\}$ volgens

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bA \mid aCD \\ A &\rightarrow \varepsilon \mid aA \mid cD \mid Sb \\ B &\rightarrow bB \mid Db \\ C &\rightarrow A \mid bCc \\ D &\rightarrow aBD \mid Bac . \end{aligned}$$

Bepaal volgens het standaardalgoritme een met G equivalente grammatica die geen nutteloze symbolen bevat.

Opgave 6 (10 %). Beschouw de taal $L_6 = \{uvu \mid u, v \in \Sigma^*, |u| + 1 = |v|\}$ over het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$. Construeer een deterministische tweebands Turingmachine M die de taal L_6 accepteert. De machine M dient een invoerstring $w \in \Sigma^*$ ter lengte n in niet meer dan $\mathcal{O}(n)$ stappen te accepteren of verwerpen. Leg uit waarom jouw machine aan deze eisen voldoet.

Opgave 7 (10 %). (a) Leg Turing's Halting Theorem uit in de context van een praktische programmeertaal als C.

(b) Geef een schets van een bewijs van deze stelling.

Opgave 8 (4 %). Geef de definities van *recursieve* en *recursief opsombare* talen.

Opgave 9 (9 %). De taal L over het alfabet Σ is recursief opsombaar. Bewijs dat de taal $L' = \{w^n \mid w \in L, n \in \mathbb{N}\}$ recursief opsombaar is.

Opgave 10 (9 %). De taal L over het alfabet $Bit = \{0, 1\}$ is niet recursief. Beschouw de taal

$$L' = \{w0 \mid w \in L\} \cup \{w1 \mid w \in Bit^* \wedge w \notin L\}.$$

Bewijs dat de taal L' niet recursief opsombaar is.